

Berechnung von Kunststoff-Zahnradern' Von Ing. K. Daube

Berechnungsgrundlagen für Zahnäder aus Kunststoff sind keineswegs spärlich. Für den Praktiker sind die umfangreichen Forschungsberichte jedoch meist schwer verständlich und die gewünschten Angaben oft schlecht zu finden. Das dürfte einerseits auf die Vielfalt der Werkstoffe und zum andern auf die im Vergleich zu Metallen vielfältigeren Einflüsse zurückzuführen sein.

Im allg. wird nach der Lewis-Gleichung

$$F_u = c \cdot b \cdot t$$

(F_u = Umfangskraft, c = Werkstofffaktor, b = Zahnbreite, t = Teilung) gerechnet.

Diese Gleichung gibt aber nur Aufschluss über die Beanspruchung am Zahnfuss. Besonders bei Rädern aus Thermoplasten ist das aber nicht immer die gefährdete Stelle. Ermüdungserscheinungen infolge zu hoher Flankenpressung sind ebenso häufige Schadensfälle. Durch den niederen Elastizitätsmodul wird zwar die Umfangskraft auf eine grössere Fläche und sogar auf mehrere Zähne verteilt (da diese sich verformen), aber durch diese Verformung wird der Werkstoff auch regelrecht durchgewalzt.

Generell ist zu sagen, dass ein Zahnrad aus Kunststoff bei gleicher Übertragungsleistung grösser als ein Stahlrad wird. Aus besonderen Gründen (Massenträgheit, Geräuscharmheit, spanlose Formgebung, elektrische Isolation usw.) wird dieser Umstand in Kauf genommen.

Es hat sich gezeigt, dass die Oberflächengüte einen wesentlichen Einfluss auf die Lebensdauer der Zähne hat. Rauhtiefen unter $5 \mu\text{m}$ eines Stahl-Gegenrades sind anzustreben (Kreuzschliff). Doch auch bei einem K-Gegenrad ist die Rauhtiefe nicht belanglos. Bei der spanenden Herstellung sind daher scharfe Werkzeuge notwendig. Die Genauigkeit der fertigen Räder kann wesentlich erhöht werden, wenn sie vor der Endbearbeitung «konditioniert» werden, d. h. man lässt sie mindestens 2 Tage liegen, damit sich ein neues Feuchtigkeits-Gleichgewicht einstellt. Durch Feuchtigkeitsaufnahme wachsen die Räder im allg. Für gespritzte oder gepresste Räder sind die Formen sorgfältig herzustellen. Durch zweistufiges Erodieren der Verzahnung können Rauigkeiten bis herunter auf $0,3 \mu\text{m}$ (Güte N5) erreicht werden. Besonderes Augenmerk ist der Formtrennung zu schenken, damit nicht grosse Teilungsfehler entstehen. Die unterschiedlichen Schwindmasse der Kunststoffe erfordern zudem korrigierte Elektroden (bzw. Schneidräder). Mit Stossrädern verzahnte Formen liefern aber weit schlechtere Ergebnisse als erodierte. Bei hochbelasteten K-Rädern (die eine relativ geringe Lebensdauer haben) wirkt sich ein Teilungsfehler weit geringer aus als bei schwach belasteten, weil der Teilungsfehler bis zu einer bestimmten Grössenordnung unter der Zahnverformung liegt.

Wegen der schlechten Wärmeleitung sind K-Zahnäder empfindlich auf unterschiedliche Schmierverhältnisse. Für sichere Resultate bezüglich Lebensdauer und Tragfähigkeit sind daher möglichst Versuche mit der gewählten Konstruktion zu machen. Es stellt sich auch eine höhere Zahntemperatur als bei Stahlrädern ein, was die Verwendung hochviskoser Öle nahelegt. Im Bereich des Zahneingriffs wird das Schmiermittel sonst zu dünnflüssig und von den Flanken abgequetscht. Wegen der besseren Wärmeleitung soll sich auch ein Öl-Wassergemisch (1:30) bewährt haben.

Es ist möglichst zu vermeiden, dass 2 Räder aus gleichem Werkstoff miteinander im Eingriff sind. Sonst kommt es wesentlich leichter zu Grübchenbildung, weil sich die Flanken leicht miteinander verschweissen. Meistens genügt es, ein gepresstes Rad

¹ Diese Ausführungen stellen gleichzeitig eine Antwort auf die im «technica»-Erfahrungsaustausch veröffentlichte Frage 481 (Nr. 14/1968) «Kunststoffzahnäder» dar.

mit einem gespritzten (Duroplast mit Thermoplast) laufen zu lassen. Die Thermoplaste (aber auch Duroplaste) werden meist mit Glasfasern o. ä. verstärkt. Besteht das Gegenrad aus Stahl, ist es unbedingt im Einsatz zu härten und zu schleifen. Nicht so gut bewährt haben sich harteloxierte Verzahnungen. Die Glasfasern sind zwar zu Anfang vollkommen eingebettet, bei

Legende zu den Bildern auf den folgenden Seiten:

Nomogramm 1 Berechnung eines Gegenzahnades auf Biegung. Für den Werkstoff Delrin wurden Unterlagen von Du Pont verwendet.

Nomogramm 2 Zahnäder aus 6,6-Polyamid; Zahn- und Flankentemperatur θ_z, θ_f . b und P ergeben die Hilfsgrösse r . Für θ_z ergibt sich aus der Radpaarung (Polyamid-Stahl) und dem Wert μ die Hilfsgrösse w . Für θ_f ist der grössere k_2 -Wert (weiter links) zu nehmen; dadurch wird w grösser. r und w schneiden die Zapfenlinie s . Aus v und m bildet sich β , das über s die Zapfenlinie t schneidet. Der Tafelausgang (z_1, z_2) ergibt zusammen mit t den gesuchten Wert θ_a . Ob es sich um die Flanken- oder Zahnübertemperatur handelt, hängt vom Wert k_2 ab. Die rechte Tafel (z_1, z_2) lässt 2 Ausgänge zu: bei Berechnung von Rad 1 wird mit der steilen Kurvenschar (z_1) für Rad 2 mit der flachen Schar (z_2) gearbeitet. Tafelzugang ist in beiden Fällen z_1 auf der waagerechten Achse.

Nomogramm 3 Zahnäder aus 6,6-Polyamid; Zahnfussbeanspruchung σ_v, σ_{vB} . Bei der Untersuchung für Gewaltbruch wird die Rechnung mit höherem F_u (im Beispiel 110 kp) durchgeführt. Das sich ergebende σ_v wird mit σ_{vB} aus der kleinen Tafel (abhängig von θ_z) verglichen. Das Beispiel zeigt genügende Gewaltbruchsicherheit.

Nomogramm 4 Zahnäder aus 6,6-Polyamid; Zahnverformung f_k . Wenn eine Radpaarung Polyamid-Polyamid vorliegt, so sind vor dem Weitergehen auf der Ψ/F -Skala die beiden sich ergebenden Werte zu addieren. Dazu ist diese Hilfsskala beziffert. Im Beispiel ist $\Psi_1/E_1 \approx 0$.

Nomogramm 5 Zahnäder aus 6,6-Polyamid; Flankenpressung p_f . θ_f bildet über die Radpaarung den Wert f . Aus b und F_u bestimmt sich die Hilfsgrösse r . r bildet mit m den Wert t , der zusammen mit dem Tafelausgang (z_1, z_2) w ergibt. w und f schneiden zusammen die p_f -Skala. Mit den Kurvenscharen für p_{f1} (Dauerfestigkeit) lassen sich die erreichbaren Lastwechselzahlen bestimmen.

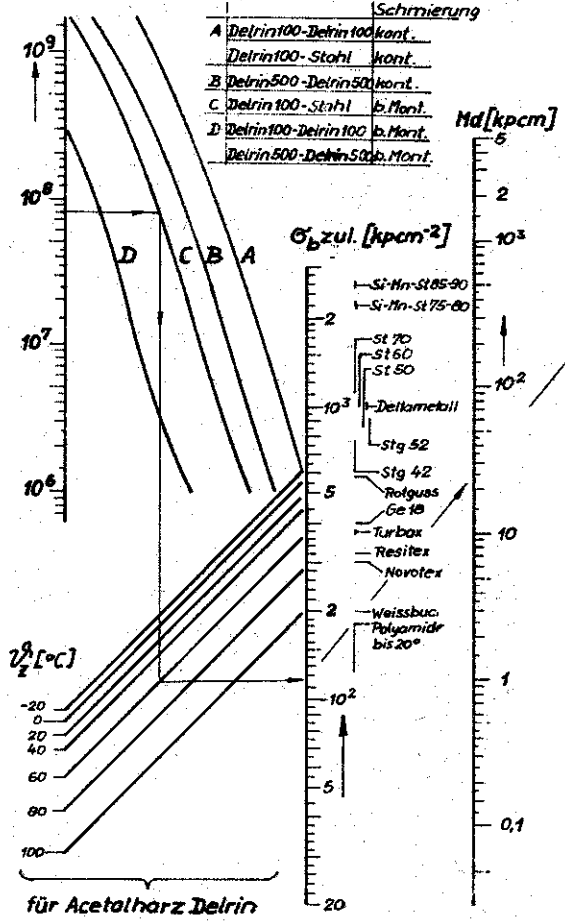
Nomogramm 6 Zahnäder aus 6,6-Polyamid; Verschleiss s . Auch hier zeigen sich unzulässig hohe Werte, so dass das Getriebe grösser bemessen werden muss (Nomogramme 2-6 nach Hachmann und Strickle (1)).

Die in den Nomogrammen vorkommenden Variablen haben folgende Bedeutungen:

P	PS	zu übertragende Leistung
M_d	kpcm	Drehmoment des Rades
F_u	kp	Umfangskraft
L_w	-	Lastwechselzahl
m	mm	Modul
b	mm	Zahnbreite
z	-	Zähnezahl
v	msec ⁻¹	Umfangsgeschwindigkeit am Teilkreis
x	-	Profilverschiebung
α	°	Eingriffswinkel
μ	-	Reibungsfaktor
q_k, Ψ	-	Beiwerte für Profilverschiebung
q_E, φ	-	Beiwerte für Überdeckungsgrad
E	kpcm ²	Elastizitätsmodul
p_f	kpcm ⁻²	Flankenpressung
R_t	μm	Rauhtiefe
s	μm	Flankenverschleiss
f_k	mm	scheinbarer Teilungsfehler am Zahnkopf
σ_b	kpcm ⁻²	Biegespannung am Zahnfuss
σ_v	kpcm ⁻²	Vergleichsspannung
σ_{vB}	kpcm ⁻²	Vergleichs-Bruchspannung
θ_z	°C	Temperatur am Zahnfuss
θ_f	°C	Temperatur der Zahnflanke

Index 1 für Ritzel, Index 2 für Rad.

Lastwechsel



Nomogramm 1

Berechnung eines Geradzahnrades auf Biegung

$$m = \sqrt{\frac{3 \cdot 2 \cdot Md \cdot q}{Z \cdot \lambda \cdot \sigma_b}}$$

$$q = f(Z, \alpha)$$

$$\alpha = 20^\circ$$

$$\lambda = \frac{b}{m}$$

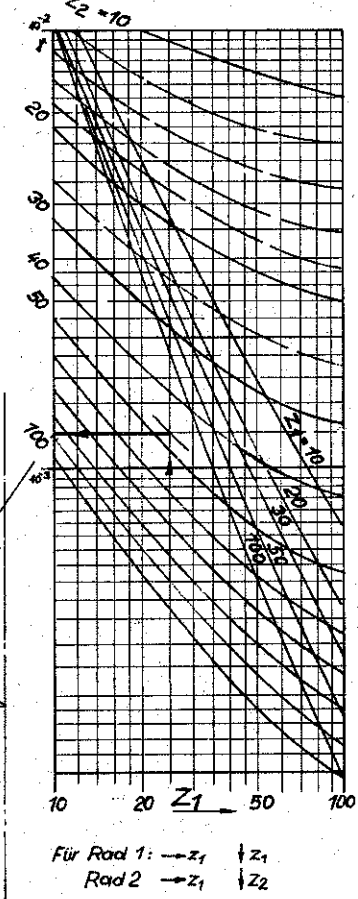
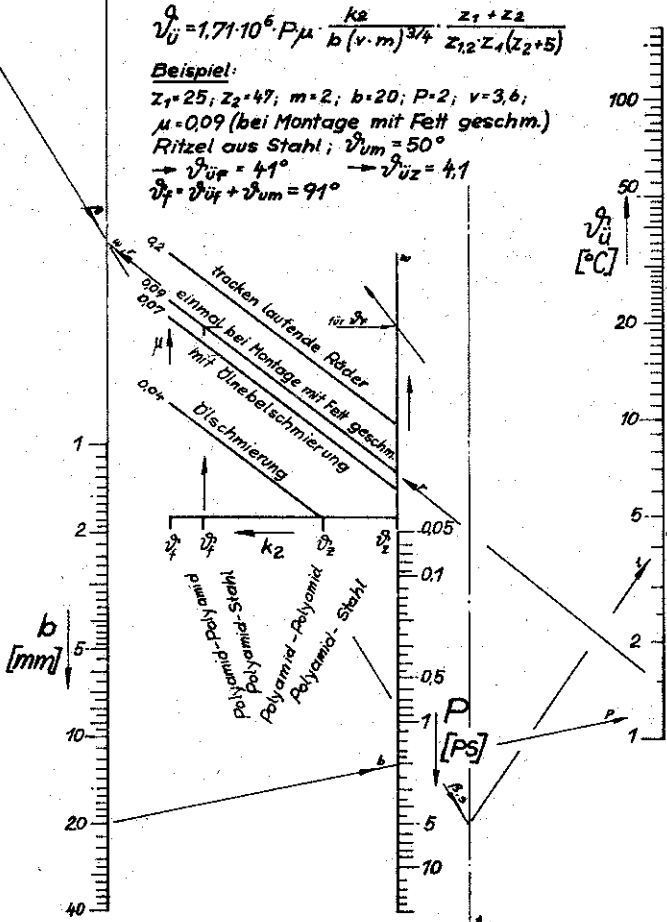
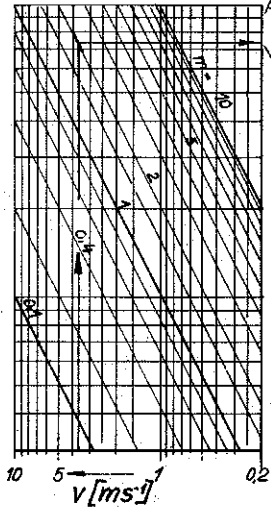
Beispiel "Delrin"
 Md = 25 λ = 3 Z_i = 100
 LW = 8 · 10⁷; Kurve C; t = 40°
 → σ_b = 115
 → m = 0,7

Verschönerung ausser innen

Für offene Getriebe

$$v_{0.9} = 1,71 \cdot 10^6 \cdot P \cdot \mu \cdot \frac{k_2}{b \cdot (v \cdot m)^{3/4}} \cdot \frac{z_1 + z_2}{z_{1,2} \cdot z_1 \cdot (z_2 + 5)}$$

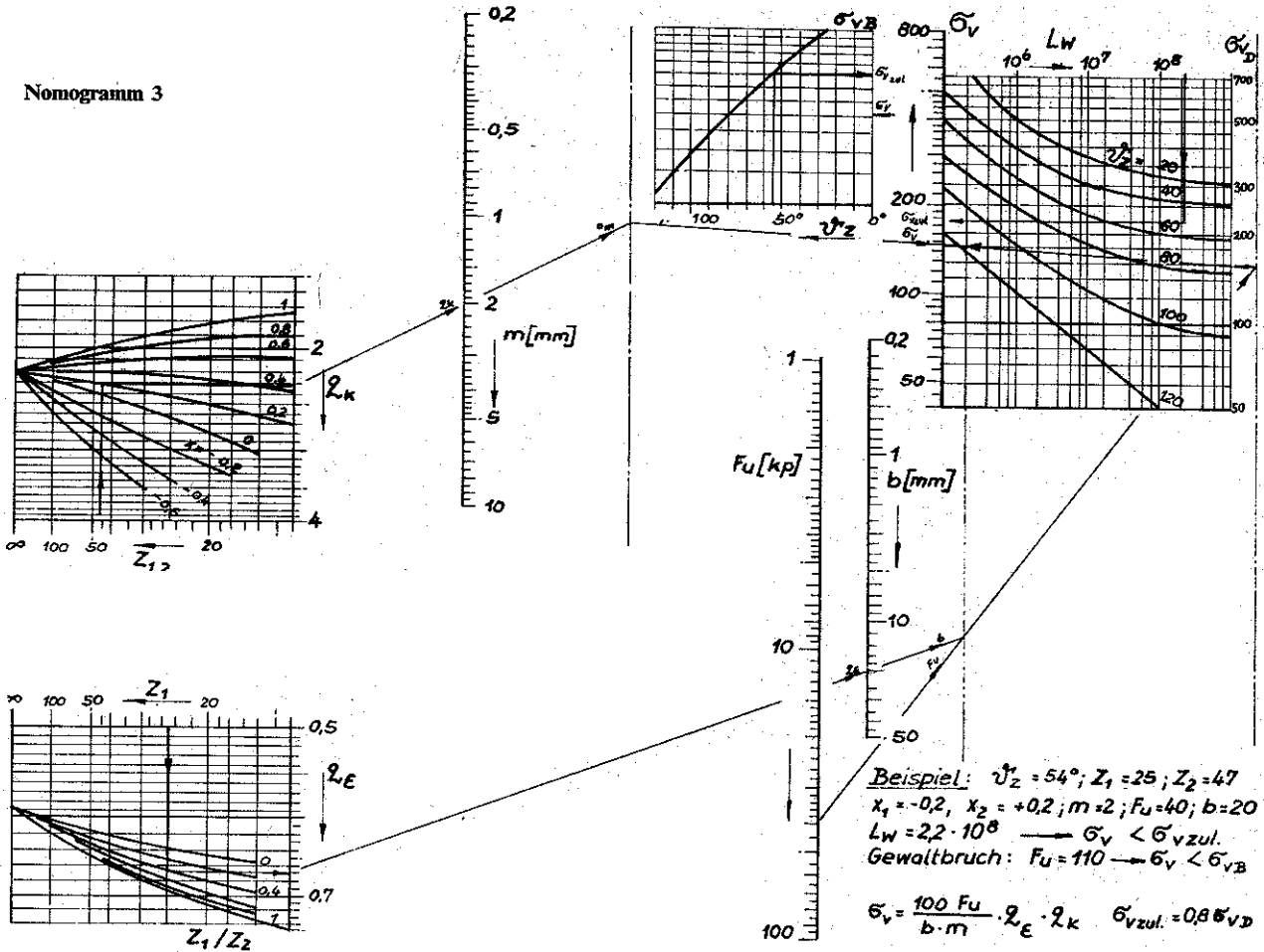
Beispiel:
 z₁ = 25; z₂ = 47; m = 2; b = 20; P = 2; v = 3,6;
 μ = 0,09 (bei Montage mit Fett geschm.)
 Ritzel aus Stahl; v_{um} = 50°
 → v_{üf} = 4,1° → v_{üz} = 4,1
 v_f = v_{üf} + v_{um} = 91°



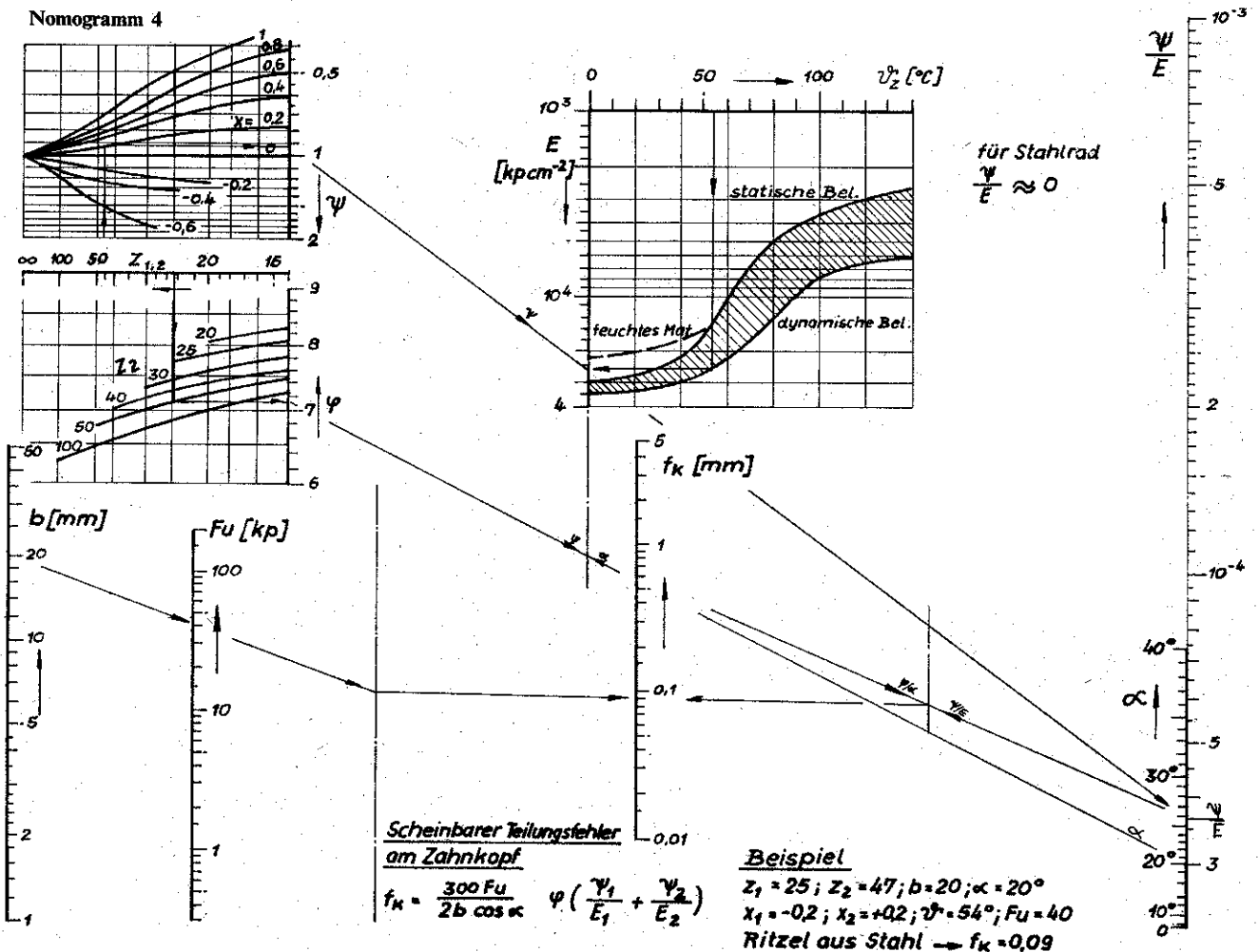
Für Rad 1: → z₁ ↓ z₂
 Rad 2 → z₁ ↓ z₂

Nomogramm 2

Nomogramm 3

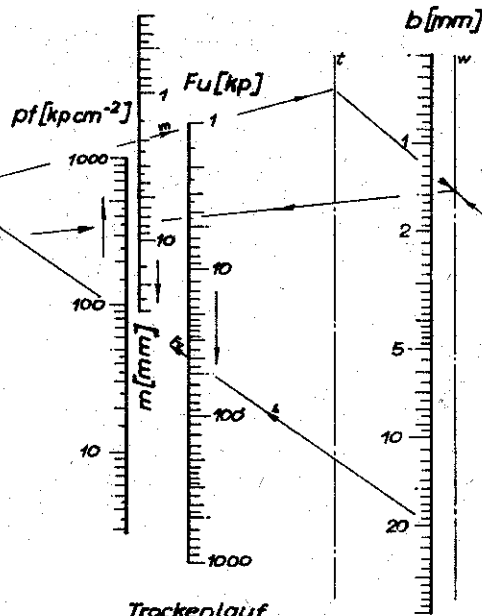
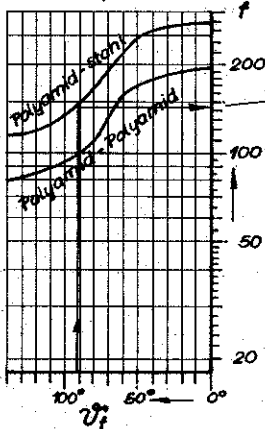


Nomogramm 4



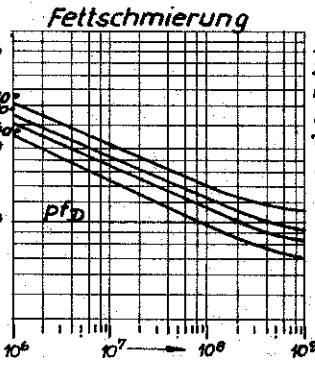
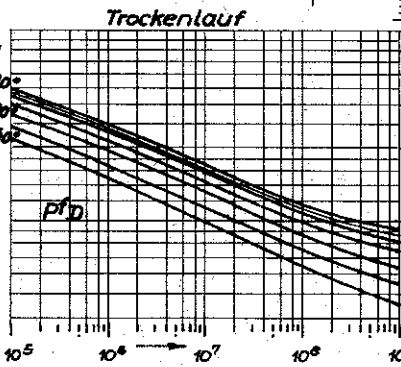
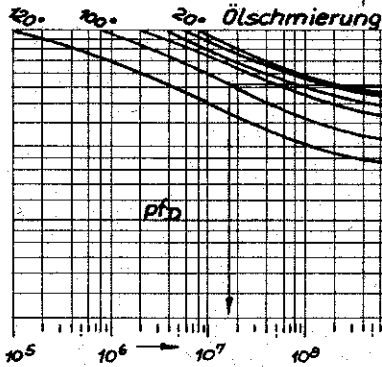
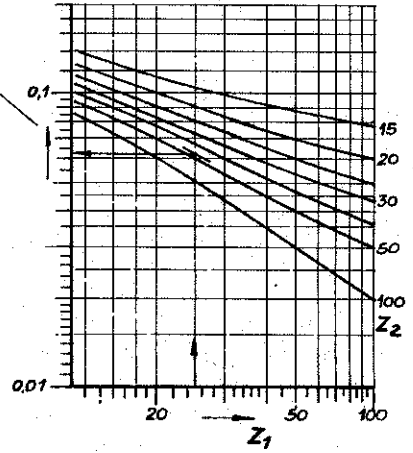
Nomogramm 5

für $\alpha = 30^\circ$ ist f
noch mit 0,868
zu multiplizieren



$$pf = f \cdot \sqrt{\frac{100 Fu}{b \cdot m \cdot Z_1} \frac{Z_2 + Z_1}{Z_2}}$$

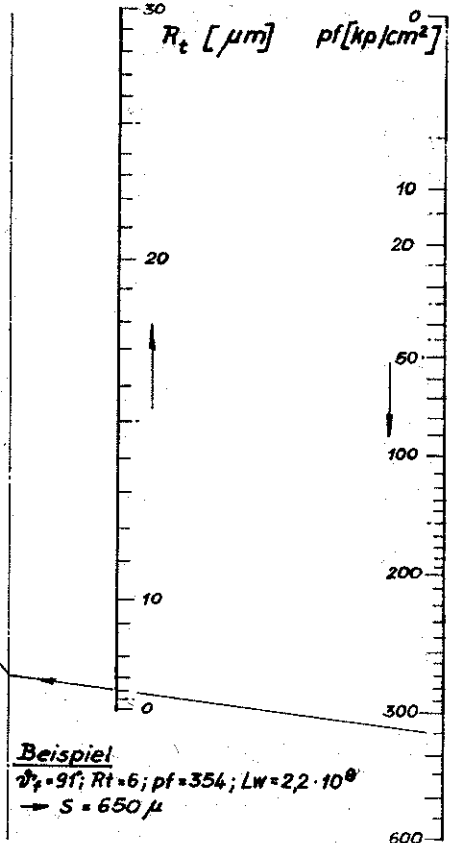
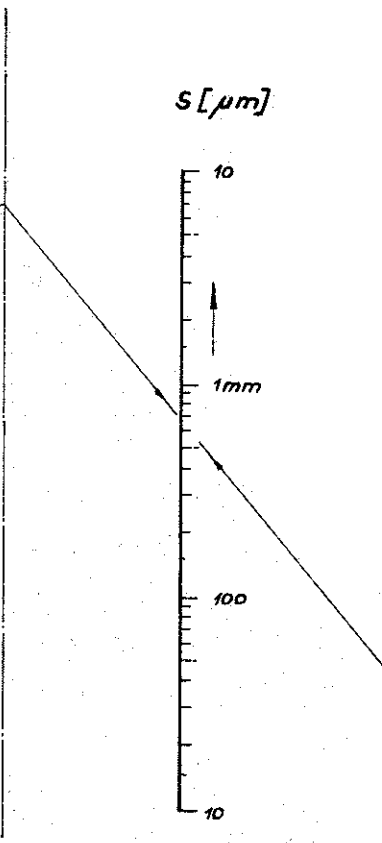
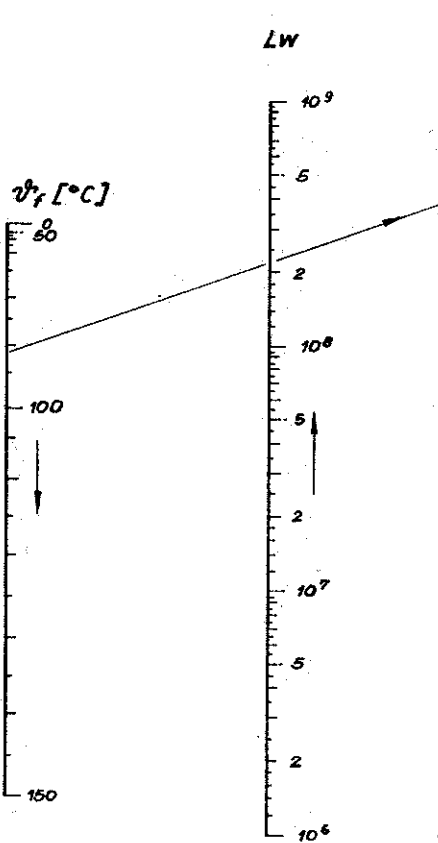
$$f = \sqrt{0,7 / \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \sin \alpha \cos \alpha}$$



Beispiel:
 $Z_1 = 25; Z_2 = 47$
 $m = 2; b = 20;$
 $Fu = 40 \text{ kp};$
 $\vartheta_f = 91^\circ$
Fettschmierung
→ $L_w < 10^6$
Ölschmierung
→ $L_w = 1,5 \cdot 10^7$
($pf = 360$)

Lastwechselzahlen bis zum Auftreten der ersten Flankenschäden

Nomogramm 6



Beispiel
 $\vartheta_f = 91^\circ; R_t = 6; pf = 354; L_w = 2,2 \cdot 10^8$
→ $S = 650 \mu$

$S_{zul} \approx 0,2 \cdot m$

$$S = 5 \cdot 10^4 \cdot L_w \cdot \left[1 + \left(\frac{\vartheta_f}{100} \right)^5 \right] \left[1 + \left(\frac{R_t}{10} \right)^4 \right] \left[1 + \left(\frac{pf}{100} \right)^2 \right]$$

der geringsten Verletzung der Spritz- oder Presshaut jedoch entfalten sie eine unangenehme Verschleisswirkung. Bei einem Gegenrad aus Kunststoff wirkt sich diese Tatsache kaum aus. Kunststoffe ertragen nicht so hohe Flächenpressungen wie Metalle. Lose laufende Räder sind daher im allg. auszubüchsen. Läuft aber eine Kunststoffnabe auf einer Stahlwelle, so ist diese zu härten und zu schleifen. Ein verhältnismässig grosses Spiel (etwa das 3fache einer Stahl-Stahl-Paarung) ist vorzusehen (grössere Erwärmung und grösserer Ausdehnungskoeffizient). Der Schmierung ist in diesem Fall besonderes Augenmerk zu schenken; oft sind Schmierlöcher und Nuten erforderlich. Für die Verwendung von Keilen (besser sind wegen der geringeren Verformung aber Passfedern) gilt ähnliches. Für Thermoplaste sollte die Flächenpressung bei Raumtemperatur nicht über 200 kpcm⁻² liegen.

Galvanische Überzüge auf geeigneten Kunststoffen haben rein dekorativen Charakter. Da diese Schichten von geringer Dicke sind, nehmen sie keine Druckkräfte auf, sondern leiten sie an die Stützkonstruktion weiter. Die damit entstehenden Verformungen führen zum Ablättern der Schicht, weil zu grosse Scherspannungen entstehen.

Prinzipiell können die Räder auch aus Kunststoffen mit besonderen Zusätzen mit selbstschmierenden Eigenschaften (Tetrafluoräthylen, Molybdändisulfid, Graphit) hergestellt werden. Die Festigkeit der Zähne leidet aber wesentlich darunter.

Folgende Materialien zeigten in Versuchen die besten Ergebnisse:

Pressmasse, Typ 12 mit Asbestfasern (Ciba: Urban Asbest spezial)
6,6-Polyamid mit 40 % Glasfasern (Ciba: Nylafil G13/40)
Polyformaldehyd (Du Pont: Delrin; Farbwerke Höchst: Hostaform C)

Eine Vergrösserung der Tragfähigkeit durch grösseren Eingriffswinkel ist möglich. Durch die grössere Steifheit des Zahnes wird die Last nicht mehr auf mehrere Zähne verteilt, so dass der Effekt geringer ist als bei Stahlrädern. Eine 28°-Evolventenverzahnung bringt gegenüber einer 20°-Verzahnung eine Steigerung von $\approx 15\%$.

Das *Nomogramm* lässt wegen seines weiten Bereiches einen Vergleich mit Metallzahnradern zu. Den *Nomogrammen 2-6* für Polyamidräder liegt die Arbeit von Hachmann und Strickle [1] zugrunde. Die Ergebnisse sind im wesentlichen auch für verstärkte Polyamide gültig. Die Tafeln zeigen in der wiedergegebenen Reihenfolge ein zusammenhängendes Beispiel.

Schrifttum:

- [1] Hachmann und Strickle, Polyamide als Zahnradwerkstoffe. Konstruktion 18 (1966), Heft 3, S. 81-94.
- [2] Klein, G., Untersuchung zur Tragfähigkeit und zum Verschleissverhalten von geradzahnten Stirnrädern aus thermoplastischen Kunststoffen bei einer Radpaarung Stahl-Kunststoff. Diss. TU Berlin 1967.
- [3] Klein, G., Untersuchung zur Tragfähigkeit thermoplastischer Kunststoffzahnradern. Konstruktion 20 (1968), Heft 10, S. 385 bis 390.
- [4] Reichherzer, R., Geräuschkindernde Zahnradern aus Kunststoff. «technica» 17 (1968), Heft 25, S. 2423-2426, 11 Literaturangaben.
- [5] Hachmann, H., Zahnradern aus thermoplastischen Kunststoffen. Industrieanzeiger 87 (1965), Heft 65, S. 81-94.
- [6] Remshardt, F., Vergleichende Untersuchung des Lauf-, Verschleiss- und Formänderungsverhaltens ölgeschmierter Stirnräder aus thermoplastischen Kunststoffen. Diss. TU Berlin 1965.
- [7] Cornelius, E. A., und Remshardt, F., Untersuchungen an ölgeschmierten Zahnradern aus thermoplastischen Kunststoffen. Konstruktion 17 (1965), Heft 11, S. 437-447.
- [8] Schlaf, G., Beitrag zur Steigerung der Tragfähigkeit und Laufruhe von geradzahnten Stirnrädern durch Profilrücknahme. Diss. TU Dresden.
- [9] Ehrlenspiel, K., Vergleichsversuche über Reibwert und Verschleiss bei wässrigen Schmierstoffen und Mineralöl. VDI-Zschr. 108 (1966), Nr. 17, S. 737-741.